



MODELO DE RENOVACIÓN PARA UNA MUESTRA SELECCIONADA DE DISPOSITIVOS

Rafael Pérez Ocón Universidad de Granada

Delia Montoro Cazorla Universidad de Jaén

David Molina Muñoz Universidad de Granada



Introducción

- Esta exposición continúa el trabajo del año anterior
- Objetivo del estudio
- Calcular las probabilidades de ocurrencia de fallos durante un año
- Solo se tendrán en cuenta los tiempos de fallo, no los de reparación.



Distribución de los fallos para el total de observaciones

Tiempo de observación: 2 años

Máximo número de fallos	42
Mínimo número de fallos	1
Número medio de fallos	11,513
Desviación típica	6,049
Dispositivos con 12 o más fallos	405
Dispositivos con menos de 12 fallos	521



Primera selección: Dispositivos con más de 12 fallos en dos años

Total de dispositivos: 405

Máximo número de fallos

21

Mínimo número de fallos

1

Número medio de fallos

8,99

Desviación típica

3,67

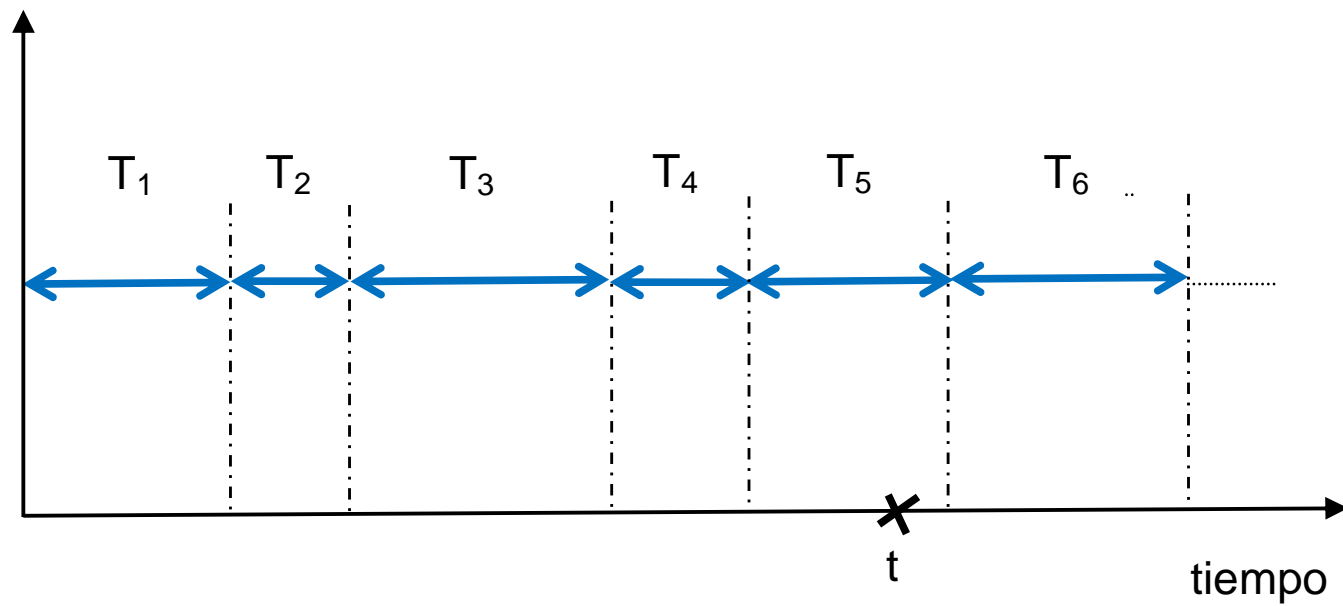
Segunda selección: Número de fallos en un año

Intervalo de fallos	Frecuencia acumulada	Porcentaje
[8-10]	129	31,8
[7-11]	216	53,3
[6-12]	292	72,1
[5-13]	332	82
[4-14]	355	87,6
[3-15]	373	92,1
[2-16]	385	95
[1-21]	405	100

Selección de la muestra

- De los 926 dispositivos iniciales se seleccionan:
 - Los que fallan más de 12 veces en 2 años
 - De entre ellos los que fallan entre 6 y 12 veces el primer año
 - Se estudian solo los 6 primeros tiempos de fallo

Diagrama de ocurrencia de fallos



Distribuciones tipo-fase

- Las distribuciones ajustadas son todas tipo-fase.

$$F(t) = 1 - \alpha \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0$$

- Es una extensión multivariante de la distribución exponencial, dada por

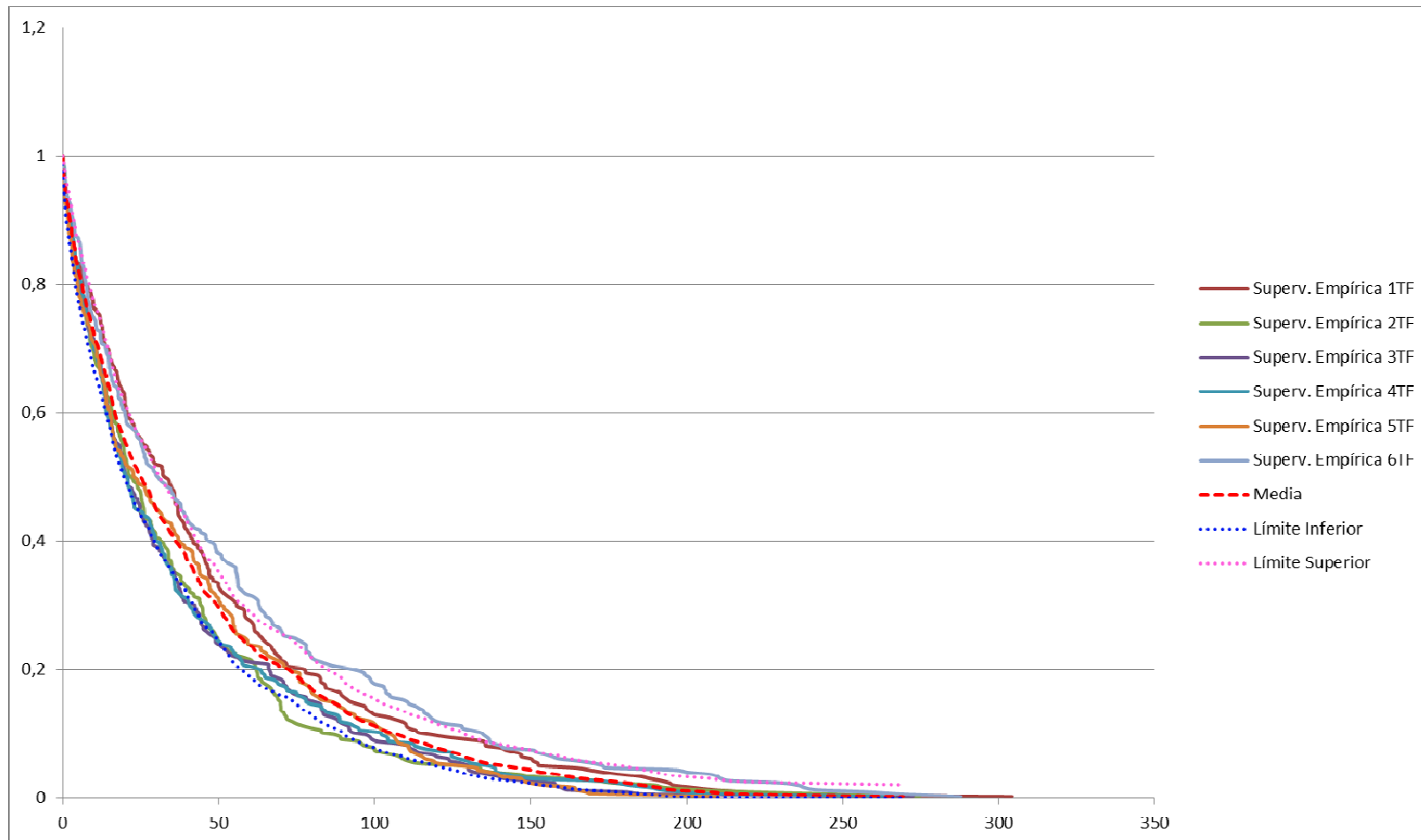
$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0$$



Ajuste de los tiempos de fallo

- A cada tiempo de fallo T_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, se le ajusta una distribución tipo-fase.
- El número de fases que se ajusta a todos los tiempos es 6.
- Todos los ajustes de los tiempos de fallo se aceptan al nivel de confianza del 95%.

Ajuste de distribuciones



Comentarios

- Se advierte que la fiabilidad de los seis tiempos de fallo consecutivos son similares.
- ¿Podría haber una única función de fiabilidad que represente a todas?



Comparación de distribuciones

- Se aplica el test de Kolmogorov-Smirnov de homogeneidad de distribuciones.
- Se construye la franja de aceptación al nivel de confianza del 95%.
- Se acepta que no hay diferencia entre las seis distribuciones.

Muestra homogénea

- Se puede aceptar que hay una función de fiabilidad de las que las anteriores son distintas representaciones.
- Observaciones:
 - las reparaciones no mejoran los sucesivos tiempos de fallo
 - tampoco los empeoran



Distribución representativa

- ¿Qué distribución tomar como representativa de los seis primeros tiempos de fallo?
- Lo recomendable en estos casos es la mezcla de las distribuciones.

¿Qué mezcla elegir?

1. La mezcla de las distribuciones tipo-fase ajustadas a las distribuciones empíricas.
2. La mezcla de las distribuciones empíricas y ajustarle a la mezcla una distribución teórica-

Alternativa 1

- La mezcla de 6 distribuciones tipo-fase de orden 6 es una distribución tipo-fase de orden 36.
- Hay que utilizar matrices de este orden.
- Descartado. Se acepta la alternativa 2.

Alternativa 2

- Se denota F_{iemp} la distribución empírica del tiempo de fallo T_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
- La mezcla uniforme se denota: F_{emp}

$$F_{emp}(t) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 F_{iemp}(t)$$



Distribución mezcla tipo-fase

- A la distribución mezcla empírica se le ajusta una distribución tipo-fase.
- De esta manera podemos obtener probabilidades de llegadas de fallos.
- Se la denomina distribución del proceso de renovación que cuenta el número de fallos.

Distribución base de renovación

- Se acepta la distribución con representación $PH(\alpha, T)$ al nivel de confianza del 95%.
- Se denota X la variable aleatoria con distribución $PH(\alpha, T)$.
- Parámetros:

$$\alpha = (0.086056, 0.913944)$$

$$T = \begin{pmatrix} -0.034437 & 0.029671 \\ 0.025017 & -0.070175 \end{pmatrix}$$

Ajuste de distribuciones

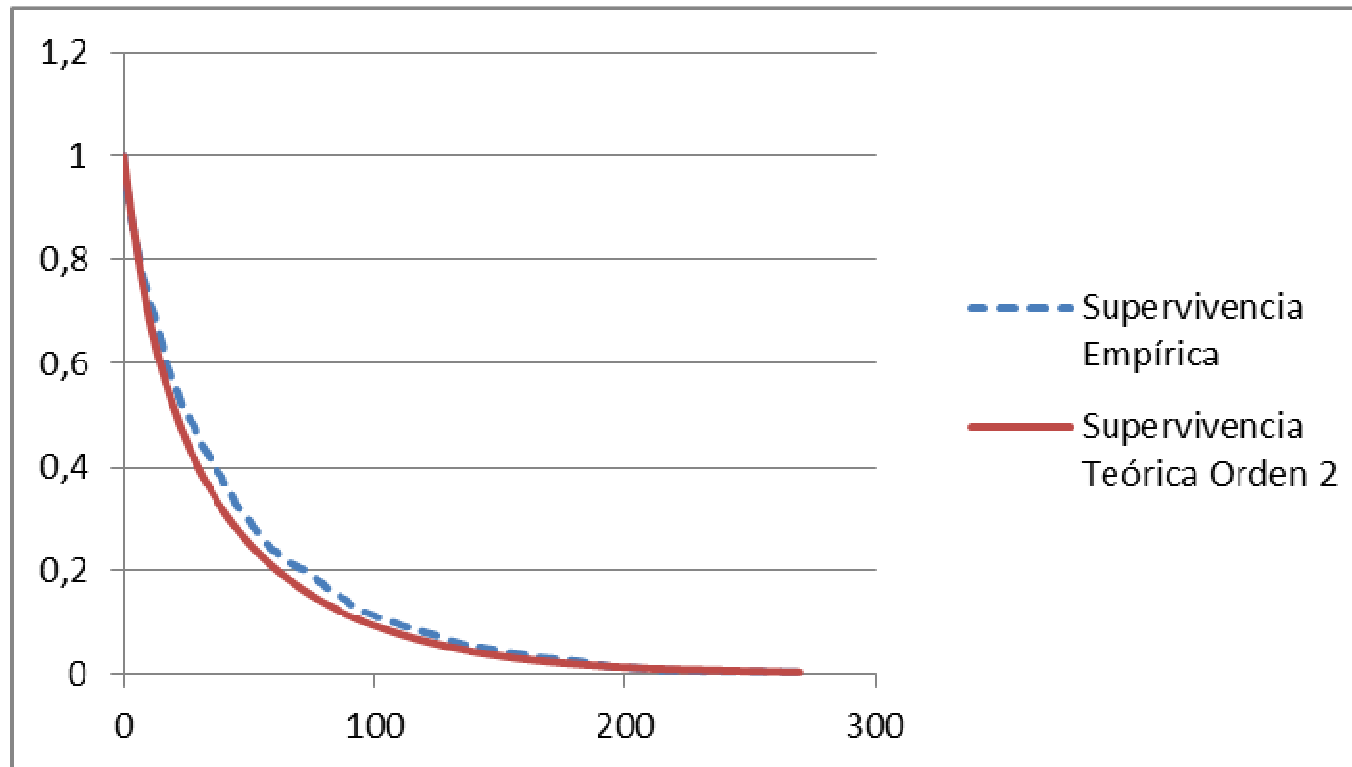
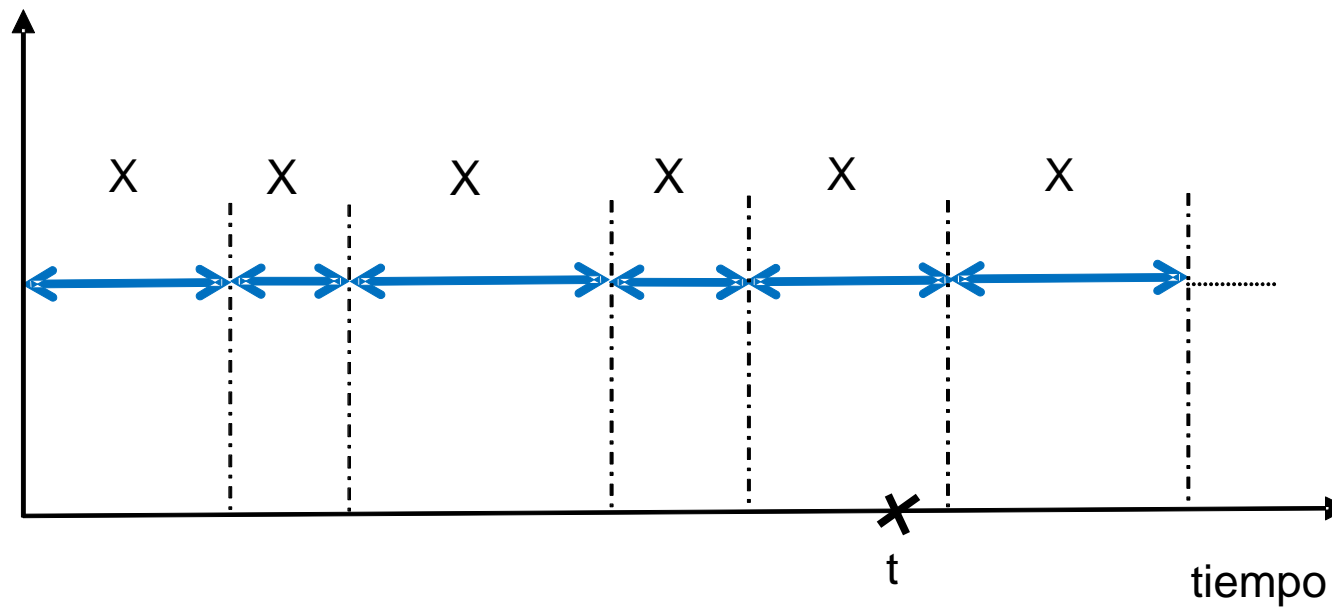


Diagrama de los tiempos operativos



Proceso de renovación tipo-fase

- La variable X define un proceso de renovación $\{N(t), t \geq 0\}$.
- Cada tiempo de fallo es una renovación.
- $N(t)$ denota el número de fallos en $(0, t]$.
- El siguiente paso es calcular

$$P\{N(t) = n\}$$

para $n = 0, 1, 2, \dots$

Ecuaciones diferenciales

- Se definen las matrices
 $P(n,t)$ para $n = 0, 1, 2, \dots$
- Estas matrices satisfacen el sistema de ecuaciones diferenciales

$$P(0, t) = P(0, 0) e^{\alpha t}$$

$$P(n, t) = P(n-1, 0) e^{\alpha t} + P(n, 0) e^{\alpha t} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Resolución del sistema

- Se calcula aplicando la transformación de Laplace al sistema anterior.
- Resulta el siguiente sistema algebraico de ecuaciones:

$$X_n(s, t) = X(0, t) [s^0 X(s, t) - X]^{-1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$X(0, t) = (s^0 - X)^{-1}$$



Probabilidades del número de fallos en (0,t]

t (días)	$\alpha P(0,t)e$	$\alpha P(1,t)e$	$\alpha P(2,t)e$	$\alpha P(3,t)e$	$\alpha P(4,t)e$	$\alpha P(5,t)e$
0	1	0	0	0	0	0
30	0.3933	0.3370	0.1773	0.0669	0.0196	0.0047
60	0.0251	0.2705	0.2342	0.1535	0.0810	0.0358
90	0.1125	0.1933	0.2170	0.1876	0.1333	0.0807
180	0.0190	0.0551	0.0983	0.1338	0.1507	0.1466
360	0.0006	0.0029	0.0086	0.0192	0.0346	0.0537
540	0*	0.0001	0.0005	0.0015	0.0037	0.0077
720	0*	0*	0*	0*	0.0003	0.0007
1080	0*	0*	0*	0*	0*	0*

El valor 0* indica que la probabilidad es menor que 0.0001

Probabilidades en un año

- Para $t = 360$ se tiene
$$P\{\text{no ocurrencia de fallos}\} = 0.06\%$$
$$P\{\text{ocurrencia de algún fallo}\} = 99.94\%$$
- La probabilidad de ocurrencia de fallos crece con $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.
- Nótese que la nuestra está formada por dispositivos con 6 o más fallos en un año.

Estimación del número de fallos

- Probabilidad de ocurrencia de menos de 6 fallos $P\{N(360) \leq 5\} = 0.1196$
- Probabilidad de ocurrencia de 6 fallos o más $P\{N(360) > 5\} = 0.8804$
- Durante el primer año
- 257 dispositivos tendrán 6 o más fallos
- 35 fallan menos de 6 veces
 - Aproximadamente el 12% de los dispositivos